

横观各向同性冻土弹性常数及强度预测

王正中^{1,2}, 牟声远¹, 牛永红², 陈立杰¹, 刘 军¹, 刘旭东¹

(1. 西北农林科技大学 水工程安全与病害防治研究中心, 杨凌 712100; 2. 中国科学院 冻土工程国家重点实验室, 兰州 730000)

摘 要: 在分析冻土形成过程及其组构前提下, 从冻土细观结构特征出发, 将冻土视为由冰层与干硬土层黏结组成的横观各向同性固体介质。根据复合材料力学理论, 求出冻土各向同性面内及面外的弹性模量和泊松比; 基于 Tsai-Wu 准则, 预测了横观各向同性冻土的强度。根据实验数据, 分析了不同组分对冻土弹性常数及强度的影响。在工程应用中可根据环境温度及土质、系统有无水分补给、温降速度与冻结速率是否同步、冻土受力方向与冻结封面方向的具体情况选用即可, 从而大幅降低室内外试验次数。为冻土工程数值计算奠定了基础, 为进一步了解冻土力学特性提供了理论依据。

关 键 词: 横观各向同性; 冻土; 弹性模量; 泊松比; 强度准则

中图分类号: P 314.5

文献标识码: A

Predictions of elastic constants and strength of transverse isotropic frozen soil

WANG Zheng-zhong^{1,2}, MU Sheng-yuan¹, NIU Yong-hong², CHEN Li-jie¹, LIU Jun¹, LIU Xu-dong¹

(1. Research Center of Water Engineering Safety and Disaster Prevention, Northwest A&F University, Yangling 712100, China;

2. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, China Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Under the analysis frozen earth forming process and the fabric premise, embarks from the frozen earth viewing carefully structural feature, regards as the transverse view isotropic solid dielectric which the frozen earth is composed of the ice layer and the dry and hard soil layer caking. According to the theory of composite materials mechanics, in outside the frozen earth isotropic surface and the surface elasticity coefficient and the Poisson's ratio are obtained. Based on the Tsai-Wu criterion, the transverse isotropic frozen soil strength is predicted. According to the empirical data, the influence of the different components on the frozen soil elastic constant and strength is analyzed. In the project application, according to the ambient temperature and the soil texture, whether there is the system moisture content supplies, the temperature drop speed and the freeze speed whether synchronization, the frozen soil stress direction and the freeze title page direction special details selects then, thus the indoor and outside test number is reduced largely. Has laid the foundation for the frozen soil project numerical calculation, to further understand that the frozen soil mechanics characteristic so as to provide the theoretical basis.

Key words: transverse isotropy; frozen soil; Young's modulus; Poisson's ratio; strength criterion

1 引 言

冻土工程力学性质的研究是为了解决寒区军事和民用工程建设中遇到的冻土问题而发展起来的。前苏联早在上世纪 30 年代, 北美在 50 年代就已经开始进行冻土力学性质的研究, 我国在 60 年代初也开展了冻土力学的试验研究, 并在 70 年代对冻土的强度和蠕变进行了系统研究^[1-3]。

Arenson^[4]等对冻土流变特性及其对温度、含冰量、围压以及荷载历史等因素依赖关系进行了研究。

Lunardini^[5]对正冻土融土中的热传导进行了系统地分析; Konard^[6]提出了一个描述正冻土的冰晶形成与水分迁移的模型; Dennis^[7]对冻结过程进行了深入系统的试验研究。Graham 和 Au^[8]对原状黏土的试验表明, 冻融循环后土样原有的结构性受到很大破坏, 表现在土的前期固结压力大大减小。Leroueil 和 Tardif 等^[9]的三轴不排水剪切试验表明, 原状黏土的应力-应变曲线中存在明显峰值, 而经过冻融循环后, 这些峰值不再那么显著。Viklander^[10]提出了基于冻融作用的残余孔隙比的概念, 即松散土和密

实土经过冻融循环后趋向一个稳定的孔隙比,土的力学特性也发生相应的变化。Ono 和 Mitachi^[11]对正常固结的重塑黏土进行了三轴不排水剪切试验。由于所采用的试样不存在结构黏结力,应力-应变曲线显示出塑性特征,冻融循环的作用使得土密度增大,其模量和剪切强度有所增加。

马巍等^[12,13]通过对冻结砂土的三轴蠕变试验,给出了冻土蠕变及蠕变强度随时间降低的方程式,进而提出了冻土蠕变强度的抛物型屈服准则,指出冻土蠕变过程中其体积变形不为零,且剪应力明显影响着冻土的体积变形。沈忠言等^[14]研究了围压作用对引起的冻土冰点下降和冻土孔隙冰,以及未冻水含量变化对冻土力学性质的影响。齐吉林等^[15,16]研究了冻融作用对土结构性及强度的影响。崔广心等^[17]系统地测定了在不同条件下冻土冰点与压力和含盐量等影响因素之间的关系,为验证克拉珀龙方程在冻土物理学中的适用性提供了实验依据。张立新等^[18,19]结合核磁共振仪,测定了冻土对应不同压力和温度的未冻水含量,发现冻结温度随压力增大而呈线性降低;对应不同温度的未冻水含量随压力的增大而增大。在动力特性方面,徐学燕等^[20]根据大量低温动三轴应力-应变实验资料给出冻土的动弹模量,动泊桑比,动剪切模量,动阻尼比的数值及它们与冻土温度,振动频率的关系。

在冻土蠕变行为的理论研究方面,苗天德等^[21]从现代损伤力学观点研究了冻土蠕变同其微结构变化的关系,在蠕变实验和微结构观测研究的基础上,选择了描述冻土微结构变化的损伤内变量,建立了内变量演化方程及冻土蠕变的一般损伤理论。张蔚等^[22]参考在金属蠕变过程研究中所发展的损伤力学模型,建立了一般应力状态下,微裂隙的形成和发展影响冻土蠕变过程力学行为的损伤力学模型,从该模型得到了冻土破坏时间依赖于应力的具体函数关系。李洪升等^[23]利用断裂力学理论和方法,研究冻土受力过程中断裂的发生、发展和破坏机理,建立了全新的冻土破坏准则。王正贵等^[24]通过对冻土蠕变的现象分析,指出冻土的蠕变破坏是由于冻土中非弹性变形积累的结果,并给出了一种表述冻土蠕变的渐进屈服准则,同时还得到了冻土蠕变全过程的蠕变方程。何平等^[25,26]依据连续介质力学和热力学原理,建立了冻土黏弹塑损伤耦合本构理论。杨更社^[27]等利用 CT 扫描实验技术,研究了不同冻结温度条件下岩石内部的细观损伤扩展机理、水分迁移、冰的形成及其损伤结构的变化。宁建国等^[28]将复合材料细观力学的方法引入冻土力学性质的研

究,考察了冻土材料的弹性常数与其组分相的弹性常数之间的关系。

正如宁建国^[29]指出的冻土的本构及强度等力学特性是冻土力学最重要的研究内容之一,也是寒区工程建设及安全运行的基本理论依据。宁建国等基于各向同性复合材料细观力学理论建立含损伤的冻土本构模型。事实上王正中,沙际德等^[30]根据冻土的组构特点通过大量实验结果证实冻土属正交各向异性材料,王正中、袁驹等^[31]根据试验研究进一步指出冻土属横观各向同性材料。Arenson^[4]的研究也证实了这一点,其研究成果如图 1 所示,表明了冻土在含冰量小于 10 %和大于 90 %情况下属各向同性材料,而其它情况均属横观各向同性材料。

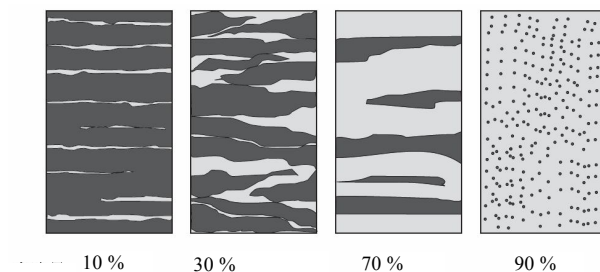


图 1 不同冻结情况下冻土组构

Fig.1 Permafrost different circumstances freeze fabric

这些研究成果为建立冻土本构模型及强度理论奠定了基础,不仅能大幅度减少试验工作,而且更能减少盲目性,并为冻土工程模型建立及数值有限元分析提供了方法。本文在以上研究基础上,首先对宁建国^[29]文中所取砂土弹性模量为普通含水率及密实度情况下的弹性常数和视冻土为各向同性材料等问题进行了探讨,然后根据冻土形成过程及其细观组构,从冻土细观结构特征即冰层与土层的分布及形态出发,考虑冰对土颗粒的胶结作用,基于变位协调条件及细观力学有关理论,给出了关于冻土弹性模量及泊松比等弹性常数及冻土强度和强度准则的预测方法,以期探明冻土的力学特性,为寒区工程建设服务。

2 问题的提出

宁建国^[29]根据复合材料理论中的经典混合律思想,将冻土看作是完全由土和冰组成的复合体单元,暂不考虑未冻水的影响,这是较合理的。实际上充分冻结的土中自由水和毛管水含量也很小,换句话说冻结后的冻土体中占比例很大的土颗粒骨架,基本上是较干硬密实的固体介质,作为其另一部填充介质主要就是冰晶体,这也是符合冻土体实

际情况的。因此, 令土和冰的弹性模量分别为 E_s , E_i , 泊松比分别为 μ_s , μ_i , 于是由细观力学的混合理论可以得到作为各向同性复合材料冻土的等效弹性模量 E 及泊松比 μ 如下式^[28,32]

$$E = \frac{\left(\frac{C_1}{1+\mu_i} + \frac{C_2}{1+\mu_s} \right) \left(\frac{C_1}{1-2\mu_i} + \frac{C_2}{1-2\mu_s} \right)}{C_1 + C_2} \quad (1)$$

$$\mu = \frac{\mu_s C_1 + \mu_i C_2}{C_1 + C_2} \quad (2)$$

其中

$$C_1 = c_s E_s (1 + \mu_i) (1 - 2\mu_i)$$

$$C_2 = c_i E_i (1 + \mu_s) (1 - 2\mu_s)$$

式中: c_s 、 c_i 分别为土和冰的体积率, 且

$$c_s + c_i = 1 \quad (3)$$

实际上, 按上式计算时, 土的弹性常数 E_s 、 μ_s 直接受到含水量、密实度及土质的影响, 一方面是非常不确定的数值, 另一方面实际形成冻土后, 其中自由水已很少, 而土颗粒可近似看成为较干硬固体骨架, 对土弹性常数 E_s 、 μ_s 影响最大的自由水及毛细水已很少; 而且冻土形成过程中是土颗粒压密实的过程; 因此, 此时的 E_s 、 μ_s 应取较干硬性密实土体的弹性模量及泊松比, 换句话说, 宁建国^[29]所取 E_s 、 μ_s 为普通含水率及密实度情况下的弹性常数没有严格界定似有不妥, 一则人为随意性大, 含水量及密实度变化大, 因而其值不易确定; 另一方面如此取值也不能反映土颗粒骨架对冻土弹模贡献的机理。除此之外, 由于冻土在形成时冻结锋面时快时慢的推进过程及其微观组构特点是由一层层冰透镜体与失水土体复合成层理状冻土^[4,33], 由此可知, 在一定程度上可以将冻土视为横观各向同性介质^[31]即在冻结锋面所在平面认为是各向同性面, 垂直冻结锋面方向为非各向同性面, 其组构如图 1 所示。

3 冻土弹性常数的预测

实际上冻土的力学特性影响因素非常多, 而且也很复杂, 至少有冻结温度、含水量、密度、土质、冻结速度、有无水分补给、冻结方向等因素, 要准确计算各力学特性参数是很难的, 恰当的方法是根据冻土形成过程、组构特点以及冻结方向、有无补给、降温与冻结速率同步程度、冻结温度、含水量、密实度等影响因素。首先依据力学原理确定出主要力学特性参数的大致取值范围, 其次是在此基础上根据各主要影响因素及典型试验合理确定其值。

基于此, 以下将冻土视为由冰晶体与较干硬密

实土体完整充填完全黏结组成的横观各向同性固体介质, 根据变形协调条件, 以单层复合材料典型微单元体为研究对象, 分别推求出冻土各向同性面内及面外的弹性模量和泊松比。如下取两个典型微单元体, 平面图如图 2、图 3, 分别表示在垂直和平行冻结锋面方向单轴应力状态时的受力及变形情况。这个单元体模型是以天然状态单项冻结形成的冻土为依据的, 冰晶体与压密土层相间。模型中可以通过调整冰层厚度改变冻土的弹性常数。

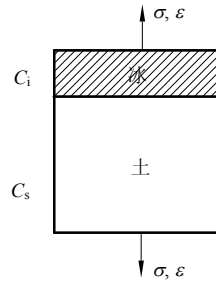


图 2 垂直冻结锋面
(串联弹簧系统)
Fig.2 Vertical freeze
frontal area

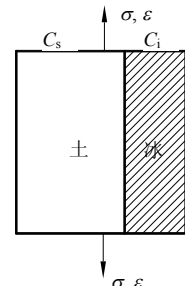


图 3 平行冻结锋面
(并联弹簧系统)
Fig.3 Parallel freeze
frontal area

显然, 图 2, 图 3 所示单向受力系统是典型的串联和并联弹系统, 因此若设土的应力为 σ_s , 应变为 ε_s , 冰的应力为 σ_i , 应变为 ε_i , 系统的应力为 σ , 应变为 ε 时, 对于图 2 所示的串联系统即垂直冻结锋面方向受力时, 根据变形协调条件易得

$$E_{\perp} = \frac{E_i E_s}{c_i E_s + c_s E_i} \quad (4)$$

同理易得图 3 所示平行于冻结锋面方向受力时的弹性模量和剪切模量为

$$E_{\parallel} = c_i E_i + c_s E_s \quad (5)$$

$$G = \frac{G_s \cdot G_i}{c_s G_i + c_i G_s} \quad (6)$$

同理可得对于图 2 所示串联系统时的等效泊松比为

$$\mu_{\perp} = \frac{c_i \mu_i E_s + c_s \mu_s E_i}{c_i E_s + c_s E_i} \quad (7)$$

图 3 所示并联系统时的等效泊松比为

$$\mu_{\parallel} = c_i \mu_i + c_s \mu_s \quad (8)$$

式中: E_s , μ_s 为干硬密实土体的弹性模量及泊松比; G_s , G_i 分别为土和冰的剪切模量。式 (4)~式 (8) 即为冻土弹性模量和泊松比。

对冻土体来说, 更准确的力学模型应是在垂直冻结锋面方向先串联后并联, 在平行冻结锋面方向

先并联后串联,因问题的复杂性正在研究之中。

4 冻土强度预测及其强度准则

根据复合材料力学理论,若设冻土垂直冻结锋面方向的抗拉强度极限为 Y_t , 抗压强度极限为 Y_c , 平行冻结锋面方向的抗拉强度极限为 X_t , 抗压强度极限为 X_c , 冻结锋面内剪切强度极限为 S , 则在线弹性范围内, 根据细观力学分析可知:

$$\begin{cases} Y_t = \min\{\sigma_{it}, \sigma_{st}\} \\ Y_c = \min\{\sigma_{ic}, \sigma_{sc}\} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} X_t = (c_i E_i + c_s E_s) \cdot \varepsilon_t \\ X_c = (c_i E_i + c_s E_s) \cdot \varepsilon_c \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \min\{\varepsilon_{it}, \varepsilon_{st}\} \\ \varepsilon_c = \min\{\varepsilon_{ic}, \varepsilon_{sc}\} \end{cases} \quad (11)$$

式中: 下标 i 表示冰; 下标 s 表示土颗粒; 下标 t 表示拉应力; 下标 c 表示压应力; ε 表示极限应变; σ 表示极限应力; 其余符号意义同前。

基于此, 结合冻土的组构及力学特性, 可按复合材料 Tsai-wu 强度准则提出横观各向同性冻土的一种强度准则:

$$F \cdot I = F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \tau_{12}^2 + F_{12} \sigma_1 \sigma_2 \leq 1 \quad (12)$$

式中: $F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}$, $F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}$, $F_{11} = \frac{1}{X_t X_c}$,

$$F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c}, F_{66} = \frac{1}{S^2}, F_{12} = \frac{1}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}}。$$

5 分 析

5.1 定性分析

上面基于横观各向同性材料及变形协调条件, 推导出了冻土各向同性面内外的弹性模量及泊松比, 根据大量试验研究表明: 如前所述, 冻土的力学特性参数影响因素非常复杂, 主要影响因素有:

①环境温度及土质; ②系统有无水分补给; ③温降速度与冻结速度是否同步; ④冻土受力方向与冻结锋面的方向。除以上四方面外还与土壤含水量及其密实度有关, 但含水量在有无外水补给及冰体体积含量 c_i 中反映, 密实度已在本文推导公式的 E_s , μ_s 中作出明确界定, 必须取较干硬密实性土体的弹性模量 E_s 及泊松比 μ_s 。

在工程应用上具体选取时, 可根据以上四个方面影响因素进行分析, 结合代表性试验确定冻土弹性常数的表达式。各向 E 、 μ 值的工程意义及理论意义是显而易见的。

5.2 定量分析比较

为了更直观分析冻土弹性模量及泊松比的取值范围, 以下结合已有试验资料^[34,35]分别应用(4)、(5)、(7)、(8)式计算出不同含冰量与不同冰温下的 E , μ 值, 并与文献[29] (以下简称宁文) 中的值进行比较, 其值见表 1、表 2, 关系曲线如图 4、5 所示, 从表中数据及关系曲线可以看出: 本文预测公式 $E_{\perp}$ 、 $E_{\parallel}$ 为冻土在不同含冰量下的弹性参数取值确定了一个范围, 为工程取值确定了范围。宁文所得等效弹性模量在本文预测公式 $E_{\perp}$ 、 $E_{\parallel}$ 的包络线之中。与此同时本文给出的冻结锋面内外各弹性常数更为合理。

表 1 冻结砂土等效弹性模量

Table 1 Equivalent Young's modulus of frozen sand soil

冰体 积含量	冰温 /(°C)	冰弹性模 量/MPa	砂土 E /MPa		式(4) $E_{\perp}$ /MPa	式(5) $E_{\parallel}$ /MPa	宁文等效 弹性模量 / MPa
			干	湿			
0.05	-2.0	4 910.0			84.138	321.500	291.546
	-5.4	6 342.0	80	46	84.155	393.100	363.285
	-8.0	6 820.0			84.159	417.000	387.221
	-2.0	4 910.0			88.728	563.000	534.957
0.1	-5.4	6 342.0	80	46	88.764	706.200	678.237
	-8.0	6 820.0			88.773	754.000	726.058
	-2.0	4 910.0			99.594	1 046.000	1 021.258
	-5.4	6 342.0	80	46	99.686	1 332.400	1 307.694
0.2	-8.0	6 820.0			99.708	1 428.000	1 403.303

表 2 冻结砂土等效泊松比

Table 2 Equivalent Poisson's ratio of frozen sand soil

冰体 积含量	冰温 /(°C)	式(7) $\mu_{\perp}$	式(8) $\mu_{\parallel}$	冰/ μ	砂土 μ	宁文冻 土 μ
0.05	-2.0	0.380	0.376		0.38	
	-5.4	0.400	0.395	0.30	0.40	0.40
	-8.0	0.420	0.414		0.42	
	-2.0	0.380	0.372		0.38	
0.1	-5.4	0.400	0.390	0.30	0.40	0.40
	-8.0	0.420	0.408		0.42	
	-2.0	0.380	0.364		0.38	
	-5.4	0.400	0.380	0.30	0.40	0.40
0.2	-8.0	0.420	0.396		0.42	

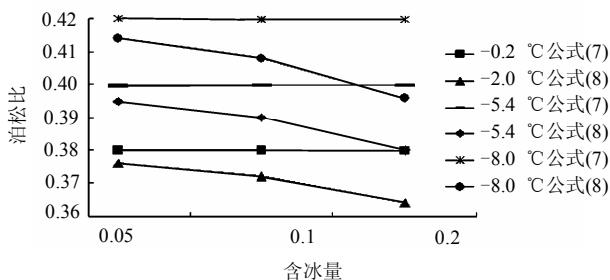


图 4 冻土含冰量与泊松比关系

Fig.4 The relationship between the ice amount and Poisson's ratio of frozen soil

为进一步分析等效弹性模量与含冰量之间的关系, 将等效弹性模量无量纲化, 即以 $E_{\perp}/E_i$, $E_{//}/E_i$ 为纵坐标表示, 其关系比较曲线图如图 5 所示。

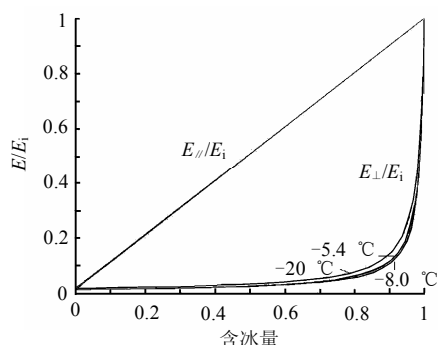


图 5 冻土含冰量与等效弹性模量无量纲化的关系

Fig.5 The relations of the ice quantity and the equivalent elasticity modulus zerodimension

6 结 论

文章通过对冻土弹性常数及强度的预测以及对宁文的讨论, 主要有如下新认识:

(1) 冻土材料本构按横观各向同性更为合理; 符合实际地层中遇到的情况。

(2) 按复合材料力学计算冻土弹性常数时, 取较干硬性密实土弹性参数更合理; 符合冻结过程中形成的压密层。

(3) 基于细观力学等有关理论以及以上两个认识, 提出了关于冻土弹性模量及泊松比等弹性常数及冻土强度和强度准则的预测方法, 为探明冻土的力学特性奠定了理论基础。

基于上面的认识, 本文通过理论计算及试验数据分析, 可得如下结论:

(1) 本文预测公式 $E_{\perp}$ 、 $E_{//}$ 为冻土在不同含冰量下的弹性常数取值确定了一个范围, 而且能反映冻土结构的不同方向的力学特性, $E_{\perp} \leq E_{//}$ 。宁文所得等效弹性模量在其范围之中, 进一步说明本文方法的合理性。

(2) 冻土的等效弹性模量 E 随含冰量的增加而增加, 随温度的降低而增大, 等效泊松比 $\mu_{\perp}$ 和 $\mu_{//}$ 的平均值随含冰量的增加而减小, 随温度的降低而增大, 但增减不甚显著。

(3) 本文首先依据细观力学原理, 确定出冻土的弹性常数(弹模及泊松比)的计算公式, 而在工程实践中, 在此基础上根据各主要影响因素在合理分析后根据典型试验确定, 对进一步应用于工程实际, 具有明确的工程意义。

(4) 如果有足够的试验研究资料, 可得到不同

种类冻土的力学参数, 从而建立冻土弹模和泊松比数据库, 为数值计算提供力学参数及本构模型奠定基础。

(5) 本文根据细观力学理论给出的横观各向同性冻土的一种强度预测方法及强度准则, 有待进一步研究探索。

参 考 文 献

- [1] 马巍, 吴紫汪. 冻土强度与蠕变[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 1994.
- [2] 吴紫汪, 张家懿, 朱元林. 冻土流变性试验研究[M]//中国地理学会冰川冻土学术会议论文选集(冻土学). 北京: 科学出版社, 1982: 128—132.
- [3] 李宁, 程国栋, 徐学祖, 等. 冻土力学的研究进展与思考[J]. 力学进展, 2001, 31(1): 95—102.
- [4] ARENSEN L U, SPRINGMAN S M, SEGO D C. The rheology of frozen soils[J]. **Applied Rheology**, 2007, 17(1): 12147
- [5] LUNARDINI V J. Heat transfer with freezing and thawing[M]. Tokyo: Elsevier, 1991.
- [6] KONRAD J M, DUQUENNOI C. A model for water transport and ice lensing in freezing soils [J]. **Water Resources Research**, 1993, 29(9): 3 109—3 124.
- [7] PAF AHL D E. Frost action (Section 3 of roads and airfields in cold regions. edited by Teds Vinson) [M]. Oxford: ASCE, 1996.
- [8] GRAHAM J, AU V C S. Effects of freeze-thaw and softening on a natural clay at low stresses[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1985, 22(1): 69—78.
- [9] LEROU EIL S, TARDIF J, ROY M, KONRAD J-M. Effects of frost on the mechanical behavior of Champlain Sea clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1991, 28(5): 690—697.
- [10] VIKLANDER P. Permeability and volume changes in till due to cyclic freeze-thaw[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1998, 35(3): 471—477.
- [11] ONO T, MITACHI T. Computer controlled triaxial freeze-thaw-shear apparatus[C]// Proceedings of 8th International Symposium Ground Freezing. Rotterdam: A A Balkema, 1997: 335—339.

- [12] 马巍, 吴紫汪, 盛煜. 冻土的蠕变及蠕变强度[J]. 冰川冻土, 1994, 16(2): 113—118.
- [13] 马巍, 吴紫汪, 常小晓, 等. 剪应力强度和平均法向应力对冻土变形的相互影响[J]. 自然科学进展, 1998, 8(1): 77—81.
- [14] 沈忠言, 吴紫汪. 冻土三轴强度破坏准则的基本形式及其与未冻水含量的相关性[J]. 冰川冻土, 1999, 21(1): 22—26.
- [15] 齐吉琳, 马巍. 冻融作用对超固结土强度的影响[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 2 082—2 086.
- [16] 齐吉琳, 张建明, 朱元林. 冻融作用对土结构性影响的土力学意义[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(增 2): 2 690—2 694.
- [17] 崔广心, 杨维好, 李毅. 受载荷的湿土结冰温度变化规律的研究[J]. 冰川冻土, 1997, 19(4): 321—327.
- [18] 张立新, 徐学祖, 张招祥, 等. 冻土未冻水含量与压力关系的实验研究[J]. 冰川冻土, 1998, 20(2): 124—127.
- [19] MA W, WU Z W, ZHANG L X, et al. Analyses of process on the strength decrease in frozen soils under high confining pressures[J]. **Cold Regions Science and Technology**, 1999, 29(1): 1—7.
- [20] 徐学燕, 陈亚明. 冻土的动力特性研究及其参数确定. 岩土工程学报[J]. 1998, 20 (5): 77—81.
- [21] 苗天德, 魏雪霞, 张长庆. 冻土蠕变过程的微结构损伤理论[J]. 中国科学, B 辑, 1995, 25(3): 309—317.
- [22] 张蔚, 马巍, 蒋志荣. 冻土蠕变过程的损伤力学模型[J]. 兰州大学学报 (自然科学版), 2005, 41(6): 17—20.
- [23] 李洪升, 朱元林. 冻土断裂力学及其应用[M]. 北京: 海洋出版社, 2002.
- [24] 王正贵, 马巍, 盛煜. 冻土蠕变的渐进屈服准则[J]. 冰川冻土, 1996, 18(2): 155—161.
- [25] 何平, 程国栋, 朱元林. 冻土黏弹塑性损伤耦合本构理论[J]. 中国科学, D 辑, 1999, 29(s1): 34—39.
- [26] HE P, ZHU Y L, CHENG G D, Constitutive models of frozen soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2000, 37 (4): 811—816.
- [27] 杨更社, 张全胜, 蒲毅彬. 冻结温度对岩石细观损伤展特性影响研究初探[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 1 409—1 412.
- [28] 宁建国, 王慧, 朱志武, 等. 基于细观力学方法的冻土本构模型研究[J]. 北京理工大学学报, 2005, (10).
- [29] 宁建国, 朱志武. 含损伤的冻土本构模型及耦合问题数值分析[J]. 力学学报, 2007, (1): 70—76.
- [30] 王正中, 沙际德, 蒋允静, 等. 正交各向异性冻土与建筑物相互作用的非线性有限元分析[J]. 土木工程学报, 1999, 32(3): 55—59.
- [31] 王正中, 袁驷, 陈涛. 冻土横观各向同性非线性本构模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2007(8): 1 215—1 218.
- [32] 陈建桥. 复合材料力学概论[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [33] 童长江, 管枫年. 土的冻胀与建筑物的冻害防治[M]. 北京: 水利电力出版社, 1985: 70—76.
- [34] 何平, 朱元林, 常小晓. 冻土的变形性能与泊松比[J]. 冰川冻土, 1999, 19(5).
- [35] 李洪升, 杜小振. 冰体材料损伤与断裂破坏的本构理论[J]. 冰川冻土, 2003, 25: 304—307.